

Activité 2 : Estimer la taille d'une population par capture-marquage-recapture

Des chercheurs veulent estimer le nombre de poissons dans le Rhône sans les compter un à un.

Pour cela, ils capturent un premier échantillon de poissons, les marquent, puis les relâchent. Quelques jours plus tard, ils capturent un deuxième échantillon et comptent combien de poissons sont marqués (sur la photographie les filaments bleu et jaune sont les marques).



[MRM expérimente un marquage RFID sur l'Alose - Migrateurs Rhône Méditerranée](#)

Protocole expérimental (simulation)

- Un bocal contenant une population de **N haricots** (valeur tenue secrète).
- Un premier échantillon de taille n_1 a été tiré, les haricots ont été marqués puis replacés, il y en a **25**.
- Un second échantillon de taille n_2 sera tiré par vous , et vous comptez le nombre de haricots marqués **m**. (vous effectuerez dix tirages)
- Renseigner le tableau (ci-joint)

Méthode pour exploiter des données :

Étape 1 : Estimation de la taille de la population

On suppose que la proportion de marqués est la même dans l'échantillon et dans la population :

$$\frac{n_1}{N} \approx \frac{m}{n_2}$$

D'où l'estimateur :

$$\hat{N} = \frac{n_1 \times n_2}{m}$$

Étape 2 : Intervalle de confiance pour la proportion de marqués

Dans le deuxième échantillon, la proportion observée de marqués est :

$$f = \frac{m}{n_2}$$

La fréquence observée varie d'un échantillon à l'autre.

On estime un **intervalle de confiance à 95 %** pour la proportion réelle p :

$$IC_{95\%}(p) = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n_2}}, f + \frac{1}{\sqrt{n_2}} \right]$$

Étape 3 : Intervalle de confiance pour l'effectif de la population

Puisque $\frac{n_1}{N} \approx p$, on peut encadrer N :

$$N \in \left[\frac{n_1}{f + \frac{1}{\sqrt{n_2}}}, \frac{n_1}{f - \frac{1}{\sqrt{n_2}}} \right]$$

Cet intervalle est l'estimation de la **taille de la population avec 95 % de confiance**.

Travail demandé :

1. Compléter la première ligne du tableau avec vos valeurs :

Premier échantillon (n ₁)	Deuxième échantillon (n ₂)	Marqués retrouvés (m)	Estimation \hat{N}	Intervalle de confiance pour N
Moyenne				

2. Comparer vos résultats avec la valeur réelle de la population révélée par le professeur (écrire sur la deuxième ligne du tableau cellules jaunes).
3. Refaire l'expérience avec des échantillons plus grands (écrire sur les cellules grises), faites la moyenne et à partir de cette dernière faites l'estimation et l'intervalle de confiance .
Que constatez-vous sur la largeur de l'intervalle de confiance ?
4. Expliquer pourquoi l'on ne peut jamais connaître la valeur réelle avec certitude à partir d'un seul échantillon.